Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

**Отчет по лабораторной работе №10**

**«LQR, LQE, LQG»**

**по дисциплине «Теория автоматического управления»**

Выполнил: студент гр. R3238,

Кирбаба Д.Д.

Преподаватель: Перегудин А.А.,

ассистент фак. СУиР

Санкт-Петербург, 2022

**Цель работы**

Исследование, сравнение и синтез LQR, LQE, LQG

**Начальные данные**

3 вариант

Исходные данные:

**Выполнение работы**

**Задание 1.**

1.1. Описание системы и алгоритма синтеза LQR

Рассматриваемая система:

Построим LQR на основе различных пар матриц .

Для этого будем использовать следующий алгоритм:

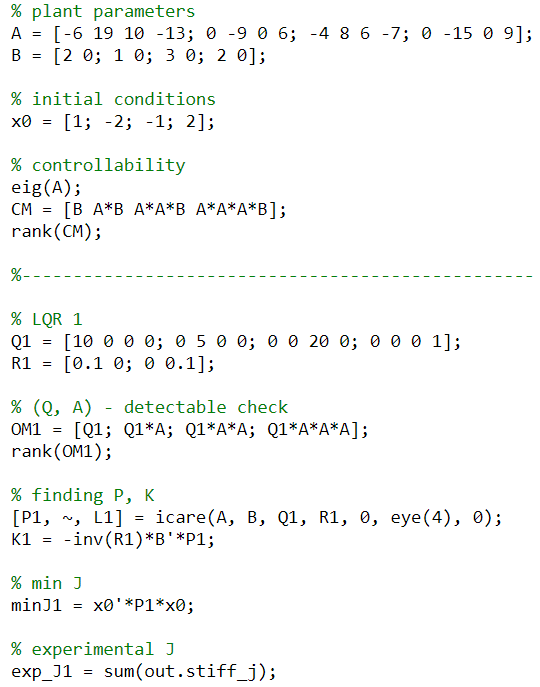
* Выбираем матрицы с определенным соотношением между желаемой скоростью сходимости и величиной управления
* Проверяем необходимые условия: пара – стабилизируема, пара – обнаруживаема
* Находим решение уравнения Риккати
* Вычисляем матрицу регулятора

Тогда в замкнутой системе с найденной матрицей регулятора критерий качества

примет наименьшее значение, равное

1.2. Синтез LQR

Программный код:



В начале проверим сможем ли мы вообще построить регулятор, сводящий систему в ноль. Для этого необходимо, чтобы пара являлась стабилизируемой.

Необходимо проверять управляемость всех собственных чисел, для этого найдем ранг матрицы управляемости

Так как ранг матрицы управляемости равен порядку системы, значит все собственные числа управляемы, а значит и пара является стабилизируемой.

**Жесткий регулятор**

Данный выбор матриц значит, что количество ошибки отклонения от точки равновесия для нас намного важнее, чем количество управления. То есть мы разрешаем регулятору приводить систему в равновесие достаточно большим управлением. Одинаковые значения в матрице значат то, что компоненты вектора управления равны по важности в критерии качества . А матрице заложен следующий смысл: чем больше значение, тем более важно нам быстро свести в ноль соответствующую компоненту вектора состояний.

Проверка условия пара – стабилизируема:

Решим уравнение Риккати и найдем :

Минимальное значение функционала качества:

**Мягкий регулятор**

При данной конфигурации больший вес имеет количество затраченного управления, а количество ошибки отклонения играет второстепенную роль. Регулятор будет подавать как можно меньше управления через первую компоненту, чем через вторую. Также все компоненты вектора состояний имеют равны по важности в критерии качества .

Проверка условия пара – стабилизируема:

Решим уравнение Риккати и найдем :

Минимальное значение функционала качества:

**Средний регулятор**

Такое соотношение значений в матрицах означает, что для нас одинаково важно как количество ошибки отклонения, так и количество управления.

Проверка условия пара – стабилизируема:

Решим уравнение Риккати и найдем :

Минимальное значение функционала качества:

Заметим, что у каждого регулятора вторая строка в матрице – нулевая. Это происходит из-за того, что в матрице системы второй столбец полностью нулевой, а значит при умножении матриц вторая строка матрицы обращается в ноль независимо от значений.

1.3. Моделирование и сравнение регуляторов

Схема моделирования:

Diagram

Description automatically generated

Сравнительные графики компонент векторов при различных LQR:

Chart, line chart

Description automatically generated

Рисунок : графики первых компонент

Chart, line chart

Description automatically generated

Рисунок : графики вторых компонент

Chart, line chart, histogram

Description automatically generated

Рисунок : график третьих компонент

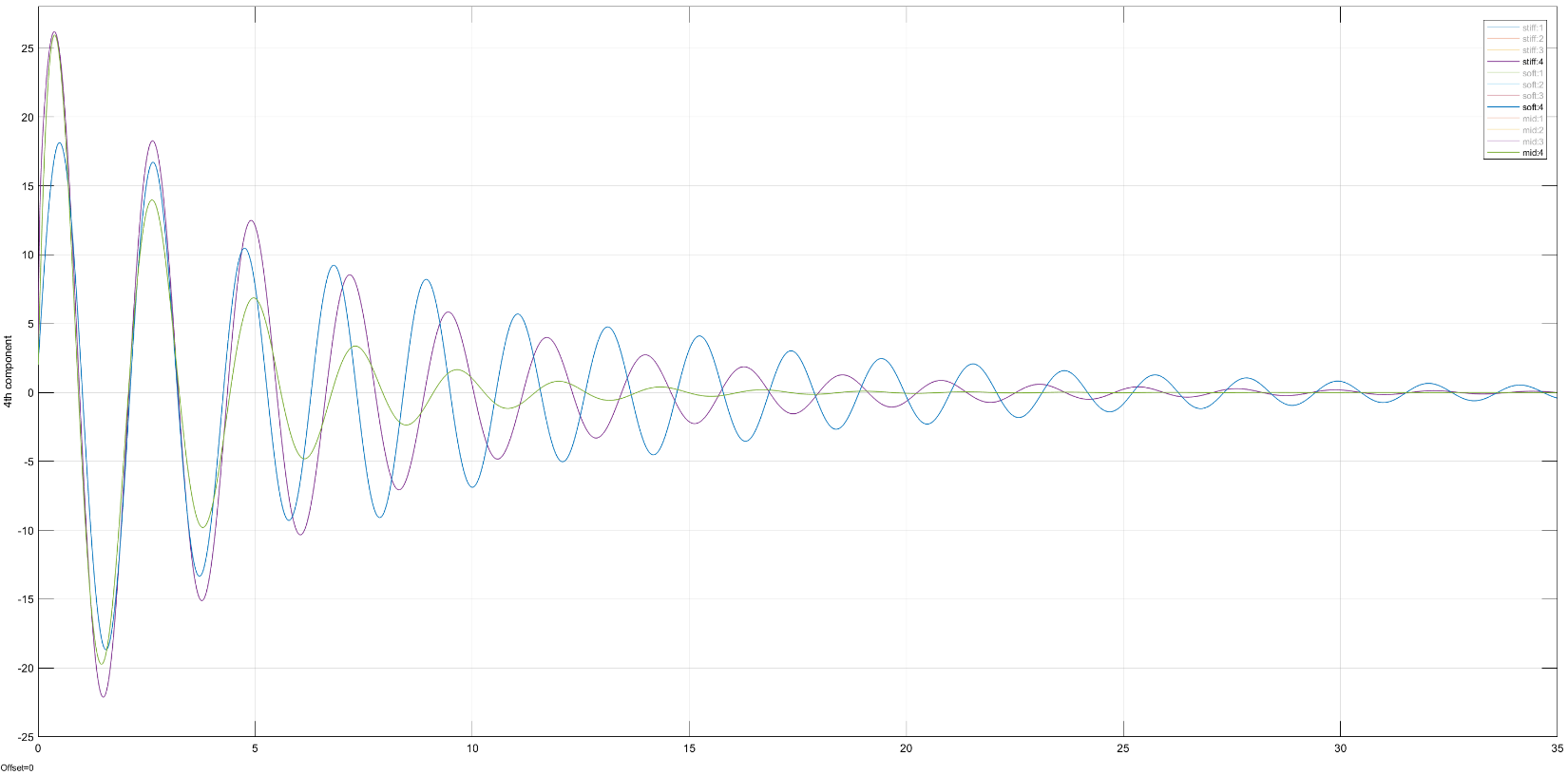


Рисунок : графики четвертых компонент

Самое большое время переходного процесса при каждой компоненте, как и ожидалось, у мягкого регулятора.

У среднего регулятора самое быстрое время переходного процесса при каждой компоненте.

Жесткий регулятор имеет наименьшие отклонения от оси по каждой компоненте.

Еще более четкую зависимость между регуляторами и временем и видом переходного процесса отдельных компонент можно достичь если изменить значения матриц .

Сравнительные графики управляющих воздействий:

Chart, line chart

Description automatically generated

Рисунок : графики управляющих воздействий

Мягкий регулятор имеет наименьшее управление, средний – среднее, жесткий – наибольшее.

Итого, все LQR подчинялись закону: чем «больше» 𝑄 относительно , тем больше «штраф» за отклонение 𝑥 от 0 и, соответственно, меньше интеграл от квадрата отклонения от оси . А чем «больше» 𝑅 относительно , тем больше «штраф» за управление и, соответственно, меньше интеграл от квадрата управления во время переходного процесса.

Найдем экспериментально значение для каждого регулятора и сравним с полученным аналитически.

Моделируем секунд при шаге в секунд.

Diagram

Description automatically generated

**Жесткий регулятор**

Аналитическое значение:

Найденное экспериментально:

**Мягкий регулятор**

Аналитическое значение:

Найденное экспериментально:

**Средний регулятор**

Аналитическое значение:

Найденное экспериментально:

Очевидно, что при увеличении времени моделирования и уменьшении шага, экспериментальное значение будет стремиться к аналитическому.

**Задание 2.**

2.1. Синтез не-LQR

**Регулятор модального управления**

Пусть желаемый спектр: .

Выберем матрицу , так чтобы пара была наблюдаема:

Находим матрицу подобия :

Матрица регулятора:

**Регулятор со степенью сходимости**

Решением соответствующих LMI, получили матрицу

Матрица регулятора:

2.2. Сравнение переходных процессов

Будем сравнивать средний LQR из 1 задания с двумя вычисленными не-LQR.

Графики переходного процесса:

**Задание 3.**

**Задание 4.**

**Задание 5.**

**Выводы**

В данной лабораторной работе были построены регуляторы и наблюдатели с заданной степенью сходимости с помощью линейных матричных неравенств, была исследована зависимость степени сходимости и матриц наблюдателя и регулятора, и собственных чисел матриц . Также были построены регулятор с минимизированным ограничением на входное управление и наблюдатель с минимизированной жесткостью. В конце реализована система с регулятором и наблюдателем с определенными степенями сходимости.